ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ ΑΠΟΦΟΙΤΟΥΣ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ**

Ημερομηνία: Παρασκευή 3 Ιανουαρίου 2020
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. α

Α3. β

Α4. γ

Α5.

α. Σ
β. Λ
γ. Σ
δ. Λ
ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή επιλογή **β**

Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για το συγκρουόμενο σύστημα των δύο σωμάτων ελάχιστα πριν κι ελάχιστα μετά την κρούση τους.

Α κρούση: $\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1\vec{\upsilon} = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon}_\kappa \Rightarrow m_1\upsilon = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa$

$$\Rightarrow \upsilon_\kappa = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\upsilon$$

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}m_1\upsilon^2$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = Q_A = K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m_1\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left[\frac{m_1}{(m_1 + m_2)}\upsilon\right]^2$$

$$Q_A = \frac{1}{2}m_1\upsilon^2 - \frac{1}{2}\frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)}\upsilon^2 \Rightarrow Q_A = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)}\upsilon^2$$

Β κρούση: $\vec{p}'_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}'_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_2\vec{\upsilon} = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon}'_\kappa \Rightarrow m_2\upsilon = (m_1 + m_2)\upsilon'_\kappa$

$$\Rightarrow \upsilon'_\kappa = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\upsilon$$

$$K'_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}m_2\upsilon^2$$

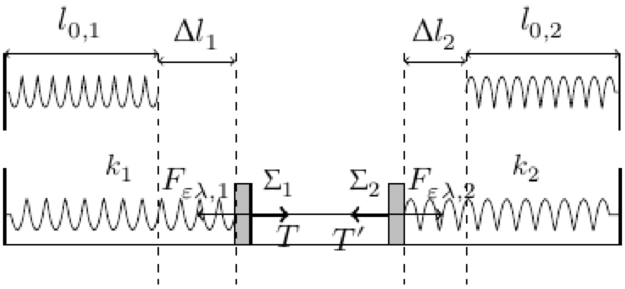
$$K'_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa'^2$$

$$E'_{\alpha\pi\omega\lambda} = Q_B = K'_{\pi\rho\iota\nu} - K'_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left[\frac{m_2}{(m_1 + m_2)}\upsilon\right]^2$$

$$Q_B = \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 - \frac{1}{2}\frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)}\upsilon^2 \Rightarrow Q_B = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)}\upsilon^2$$

Οπότε $\frac{Q_A}{Q_B} = 1$

Β2. Σωστή επιλογή γ



Αρχικά έχουμε

$$\left.\begin{array}{l}\text{Σώμα } \Sigma_1 : \Sigma\vec{F}_1 = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_1} = T \\ \text{Σώμα } \Sigma_2 : \Sigma\vec{F}_2 = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_2} = T'\end{array}\right\} \overset{T=T'}{\Rightarrow} F_{\varepsilon\lambda_1} = F_{\varepsilon\lambda_2}$$

$$\Rightarrow k_1\Delta l_1 = k_2\Delta l_2 \Rightarrow 4k_2\Delta l_1 = k_2\Delta l_2$$

$$\Rightarrow 4\Delta l_1 = \Delta l_2$$

Μετά το κόψιμο του νήματος τα δύο σώματα εκτελούν ααт. Οι θέσεις φυσικού μήκους για τα δυο ελατήρια αποτελούν τις θέσεις ισορροπίας των ταλαντώσεων των σωμάτων Σ_1 και Σ_2. Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος τα δυο σώματα είναι αρχικά ακίνητα, οπότε βρίσκονται στα ακρότατα της τροχιάς τους.

Για τα πλάτη τους ισχύει ότι:

$A_1 = \Delta\ell_1$ και $A_2 = \Delta\ell_2$ οπότε $A_2 = 4A_1$

Για την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ_1 έχουμε:

$$E_1 = \frac{1}{2}D_1A_1^2 = \frac{1}{2}k_1A_1^2$$

Για την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ_2 έχουμε:

$$E_2 = \frac{1}{2}D_2A_2^2 = \frac{1}{2}k_2A_2^2$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}k_1A_1^2}{\frac{1}{2}k_2A_2^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow E_2 = 4E_1$$

Β3. Το σημείο Κ αρχίζει να ταλαντώνεται πρώτα λόγω του κύματος από την πηγή Π_2, μιας και η πηγή Π_2 είναι πιο κοντά του.

Αυτό συμβαίνει τη στιγμή $t = \frac{r_2}{\upsilon} = \frac{3T}{4}$

Η συμβολή των δυο κυμάτων στο σημείο Κ αρχίζει τη στιγμή $t' = \frac{r_1}{\upsilon} = T$

α. Σωστή επιλογή **(i)**

Τη χρονική στιγμή $t_A = \frac{4T}{5}$ το σημείο Κ ταλαντώνεται μόνο λόγω του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π_2. Οπότε το πλάτος της ταλάντωσής του θα έχει τιμή Α.

β. σωστή επιλογή **(i)**

Μετά την έναρξη της συμβολής $(t' = T)$ στο σημείο Κ η εξίσωση κίνησής του είναι

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{\lambda/4}{2\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{7\lambda/4}{2\lambda}\right)$$

$$= A\sqrt{2}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{7}{8}\right)$$

Και η χρονική εξίσωση της ταχύτητάς του θα είναι

$\upsilon = \omega A\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{7}{8}\right)$ οπότε για τη χρονική στιγμή $t_B = 2T$ θα έχουμε

$$\upsilon = \omega A\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(2 - \frac{7}{8}\right) = \omega A\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{4}\right) \Rightarrow \upsilon = \omega A$$

ΘΕΜΑ Γ

Ισχύει ότι $\varphi = 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)$

Από το διάγραμμα έχουμε $\varphi_{x=0} = 5\pi = 2\pi\left(2t_1 - \frac{0}{\lambda}\right) \Rightarrow t_1 = 1{,}25\ s$

Την ίδια στιγμή $\varphi_{x=10m} = 0 = 2\pi\left(2\cdot 1{,}25 - \frac{2{,}5}{\lambda}\right) \Rightarrow \lambda = 1\ m$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος $\upsilon = \lambda f = 2\ m/s$

$\omega = 2\pi f = 4\pi\ rad/s$

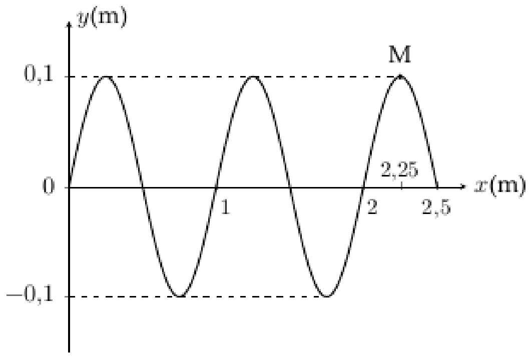
$\alpha_{max} = \omega^2 A \Rightarrow 16 = 16\pi^2 A \Rightarrow A = 0{,}1\ m$

Γ1. Για την εξίσωση του αρμονικού κύματος έχουμε:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0{,}1\eta\mu 2\pi(2t - x),\ S.I.,\ x \ge 0$$

Γ2. Την στιγμή $t_1 = 1{,}25\ s$ το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι τη θέση $x = \upsilon t = 2{,}5\ m$

Η εξίσωση του κύματος τότε είναι $y = 0{,}1\eta\mu 2\pi(2{,}5 - x),\ S.I.,\ 0 \le x \le 2{,}5\,m$ με στιγμιότυπο



Από το παραπάνω στιγμιότυπο φαίνεται ότι το σημείο Μ βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $\frac{\lambda}{4}$ πίσω από τη θέση $2{,}5\ m$ που έχει φτάσει η διαταραχή τότε, δηλαδή $x_M = 2{,}5 - 0{,}25 = 2{,}25\,m$

Ή

Τη στιγμή $t_1 = 1{,}25\ s$ το σημείο Μ αφού βρίσκεται για πρώτη φορά σε θέση μέγιστης κατά μέτρο επιτάχυνσης, σημαίνει πως για πρώτη φορά βρίσκεται σε θέση ακρότατου στην τροχιά του, $x = +A$, άρα ο χρόνος ταλάντωσής του είναι

$\frac{T}{4} = 0{,}125\ \text{s}$ οπότε το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε η διαταραχή από τη θέση $x = 0$ να φτάσει μέχρι το σημείο Μ θα είναι $\Delta t = t_1 - \frac{T}{4} = 1{,}125\ \text{s}$.

Η θέση του σημείου Μ θα είναι $x_M = \upsilon \Delta t = 2 \cdot 1{,}125 = 2{,}25\ \text{m}$

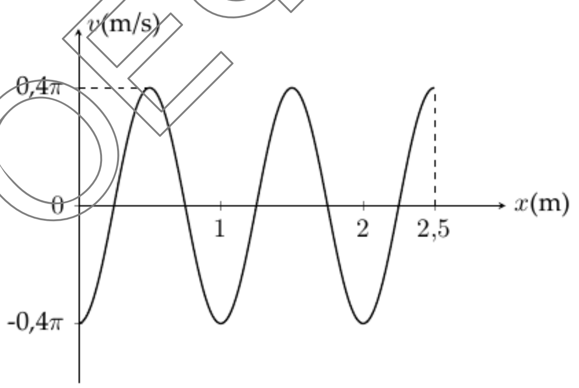
Γ3. Η εξίσωση της ταχύτητας των διεγερμένων σημείων της χορδής είναι

$$\upsilon = \omega A \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) = 0{,}4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(2t - x)$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1{,}25\ \text{s}$ έχουμε:

$\upsilon = 0{,}4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(2{,}5 - x)$, S.I., $0 \le x \le 2{,}5\ \text{m}$

Για $x = 0 \Rightarrow \upsilon = 0{,}4\pi\sigma\upsilon\nu 5\pi = -0{,}4\pi\ \text{m/s}$



Γ4. Για να έχει το σημείο Μ την ίδια απομάκρυνση κάθε στιγμή με την πηγή $(x = 0)$ του κύματος πρέπει να ισχύει για τη διαφορά φάσης τους ότι

$$\Delta\varphi = 2\kappa\pi \Rightarrow 2\pi\frac{d}{\lambda} = 2\kappa\pi \Rightarrow d = \kappa\lambda,\ \kappa=1,2,3,...$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου, οπότε δε θα μεταβληθεί με την αλλαγή στη συχνότητα της πηγής.

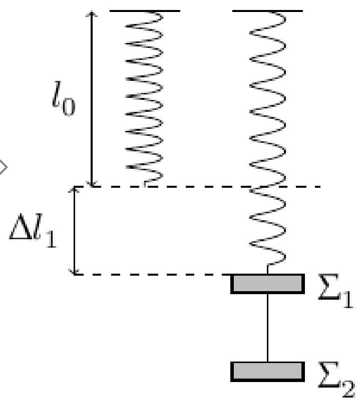
$$d = \kappa\lambda = \kappa\frac{\upsilon}{f} \Rightarrow f = \frac{\kappa\upsilon}{d} \Rightarrow f = \frac{2\kappa}{2{,}25} = \frac{8}{9}\kappa$$

για $\kappa = 3$ έχουμε $f' = \frac{24}{9}\ \text{Hz}$

$\Delta f = f' - f = \frac{24}{9} - 2 = \frac{2}{3}$ Hz που αποτελεί τη μικρότερη αύξηση στην τιμή της συχνότητας της πηγής για να έχουν κάθε στιγμή το σημείο Μ και η πηγή του κύματος την ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας τους.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί $\Sigma F = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2)g = k\Delta\ell_1 \Rightarrow \Delta\ell_1 = 0,4\ \text{m}$.



Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα είναι $A = d = 0,4\ \text{m}$.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κάθε σώμα βρίσκεται στην ακραία αρνητική θέση της τροχιάς του, $x = -A$

$$y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \overset{t=0}{\Rightarrow} -A = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}\ \text{rad}$$

$$D = k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = 5\ \text{rad/s}$$

Η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης για το σώμα Σ_1 είναι

$$y_1 = 0,4\eta\mu\left(5t + \frac{3\pi}{2}\right),\ \text{S.I.}$$

Δ2. Η ενέργεια που δαπανήσαμε για να θέσουμε το σύστημα των σωμάτων Σ_1, Σ_2 σε ταλάντωση είναι όση η ενέργεια της ταλάντωσής του.

$$E_{\delta\alpha\pi} = E_{\tau\alpha\lambda} = \frac{1}{2}kA^2 = 8\ \text{J}$$

Δ3. Για την ταλάντωσητου κάθε σώματος ισχύει

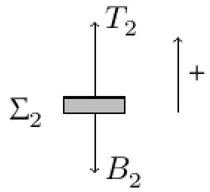
$$\Sigma\vec{F}_1 = -D_1\vec{y} \Rightarrow \Sigma F_1 = -D_1 y = -m_1\omega^2 y$$

$$\Sigma\vec{F}_2 = -D_2\vec{y} \Rightarrow \Sigma F_2 = -D_2 y = -m_2\omega^2 y$$

Κάθε στιγμή τα δυο σώματα έχουν την ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας τους, οπότε:

$$\frac{\Sigma F_1}{\Sigma F_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

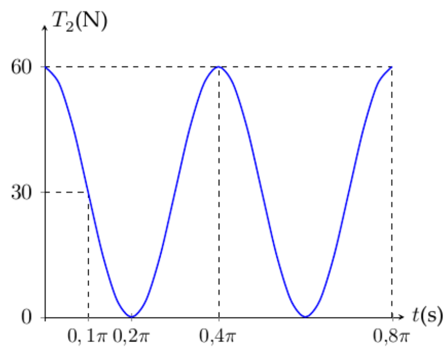
Δ1. Για το σώμα Σ_2 ισχύει:



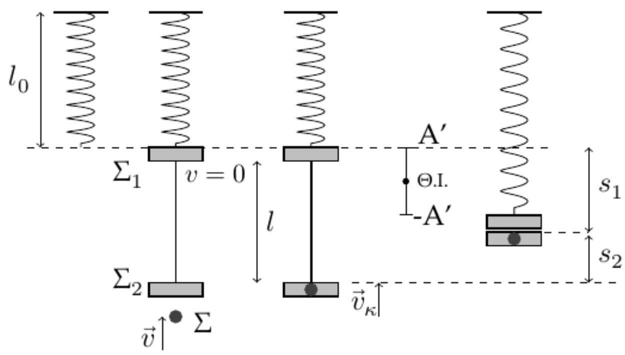
$$\Sigma\vec{F}_2 = \vec{T}_2 + \vec{B}_2 \Rightarrow -D_2 y = T_2 - m_2 g$$

$$\Rightarrow T_2 = -m_2\omega^2 y + m_2 g = -30\eta\mu\left(5t + \frac{3\pi}{2}\right) + 30,\ \text{S.I.}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}4\pi\ \text{s}$$



Δ4. Το πλάτος της ταλάντωσης των σωμάτων Σ_1, Σ_2 είναι $A = 0,4$ m όση είναι και η αρχική παραμόρφωση $\Delta\ell_1$ του ελατηρίου. Οπότε η ανώτερη θέση της ταλάντωσης για το σώμα Σ_1 είναι όταν το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος.



Κατά την πλαστική κρούση της σφαίρας Σ με το σώμα Σ_2 ισχύει

$$m\vec{\upsilon} + 0 = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon}_\kappa \Rightarrow m\upsilon = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa \Rightarrow \upsilon_\kappa = \pi \text{ m/s}$$

Αμέσως μετά την πλαστική κρούση, το συσσωμάτωμα θα κινηθεί αρχικά κατακόρυφα προς τα πάνω. Για τη νέα ταλάντωση που θα εκτελέσει το σώμα Σ_1 ισχύει:

$$\text{Θ.Ι.}: \Sigma F = 0 \Rightarrow m_1 g = k\Delta\ell'_1 \Rightarrow \Delta\ell'_1 = 0,1 \text{ m}$$

Οπότε το πλάτος της ταλάντωσής του είναι $A' = 0,1$ m και η περίοδος

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 0,2\pi \text{ s}.$$

Η συνάντηση του σώματος Σ_1 με το συσσωμάτωμα συμβαίνει όταν οι ταχύτητες τους μηδενίζονται για πρώτη φορά μετά την κρούση.

Αυτό συμβαίνει στης ακραία αρνητική θέση της ταλάντωσης του σώματος Σ_1, δηλαδή μετά από χρόνο $\Delta t = \dfrac{T'}{2} = 0,1\pi$ s

Σε αυτό το χρονικό διάστημα το σώμα Σ_1 έχει διανύσει μήκος

$$S_1 = 2A' = 0,2 \text{ m}$$

Για το συσσωμάτωμα έχουμε $S_2 = \upsilon_\kappa \Delta t - \dfrac{1}{2} g \Delta t^2 = 0,5$ m

Οπότε το μήκος του νήματος είναι $\ell = S_1 + S_2 = 0,7$ m